	INSTITUCIÓN EDUCATIVA CASD **Sede: Santa Eufrasia.** **GRADO SÉPTIMO MATEMÁTICAS.**
	TEMA: proporcionalidad inversa, regla de tres simples inversas y regla de tres compuesta. — **FECHA DE ENTREGA: 20 de abril 2020**
	INDICADOR DE DESEMPEÑO: Reconoce las características de la proporcionalidad inversa, la regla de tres simples y compuesta.

4.5 PROPORCIONALIDAD INVERSA

Dos magnitudes son **inversamente proporcionales**, cuando al aumentar la una disminuye la otra y el producto de las cantidades correspondientes es constante. Si al comparar las magnitudes una de ellas disminuye cuando la otra aumente pero el producto de las cantidades correspondientes no es constante, las magnitudes están **directamente correlacionadas.**

Por ejemplo, si para recorrer una distancia a una velocidad constante de 40 km por hora, un auto emplea 10 horas; se puede elaborar la siguiente tabla en la que se relaciona la velocidad y el tiempo empleado por el auto para recorrer la misma distancia. Así,

Tiempo	10 h	5 h	20 h	$3\frac{1}{3}$ h
Velocidad	40	80	20	120

El producto entre la velocidad y el tiempo es constante. Este producto es 400. Es decir, la distancia recorrida por el auto es 400 km. 400 recibe el nombre de **constante de proporcionalidad** y permite afirmar que el tiempo varía en forma inversamente proporcional a la velocidad del auto o que las magnitudes tiempo y velocidad son inversamente proporcionales.

Ahora bien, si en el ejemplo, las cantidades de la tabla se grafican como parejas ordenadas, se obtiene el siguiente gráfico:

APRENDIZAJE ACTIVO

EJEMPLOS

1. Determinar si en las magnitudes relacionadas a través de la tabla, hay proporcionalidad inversa o correlación inversa. Si hay proporcionalidad invers hallar la constante de proporcionalidad y luego la fórmula que relaciona las magnitudes.

a.

x	8	16	4
y	20	12	30

$8 \times 20 = 160$; $16 \times 12 = 192$; $4 \times 30 = 120$.
Se hallan los productos correspondientes.
$169 \neq 192 \neq 120$
Por lo tanto, no hay constante de proporcionalidad. En consecuencia las magnitudes no son inversamente proporcionales. Son inversamente correlacionadas.

b.

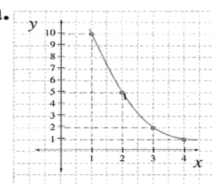
x	3	2	6
y	8	12	4

$3 \times 8 = 24$; $2 \times 12 = 24$; $6 \times 4 = 24$.
Se hallan los productos correspondientes. Estos productos son iguales, por lo tanto x y y son magnitudes inversamente proporcionales. La constante de proporcionalidad es $k = 24$.

$y = \frac{24}{x}$ *es la fórmula que relaciona las dos magnitudes.*

2. Determinar si las magnitudes relacionadas a través de la gráfica son inversamente proporcionales o están correlacionadas inversamente. Para las magnitudes inversamente proporcionales hallar la fórmula que las relaciona.

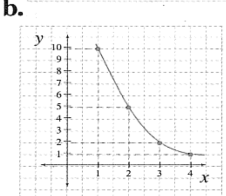
a.



$1 \times 10 = 10$; $2 \times 5 = 10$; $3 \times 2 = 6$; $4 \times 1 = 4$.
Se toman de la gráfica las parejas ordenadas y se hallan los produc respectivos. Se puede observar que:
- *La magnitud representada sobre el eje x aumenta y la magnitud representada sobre el eje y disminuye pero esta relación no es proporcional, pues no hay constante de proporcionalidad.*

Por lo tanto las magnitudes están inversamente correlacionadas.

b.



$1 \times 16 = 16$; $2 \times 8 = 16$; $4 \times 4 = 16$; $8 \times 2 = 16$; $16 \times 1 = 16$.
Se toman las parejas ordenadas y se hallan los productos respectivo Se puede observar que:
- *Hay constante de proporcionalidad pues los productos entre las magnitudes son iguales,* $k = 16$.
- *Los puntos de la gráfica están sobre una curva decreciente, que s acerca a los ejes de coordenadas y que no pasa por el origen.*

Por lo tanto las magnitudes representadas son inversamente proporcionales.

La fórmula que las relaciona es $y = \frac{16}{x}$.

3. Determinar si las magnitudes, altura sobre el nivel del mar y temperatura de la ciudades, son inversamente proporcionales o inversamente correlacionadas, sabiendo que:

Ciudad	Altura	Temperatura
Riohacha	3	28
Buga	980	23
Medellín	1.486	20
Manizales	2.216	17

Tema	Página sugerida
NSC vivero: Magnitudes Inversamente Proporcionales	https://www.youtube.com/watch?v=goFcMjXoaOI https://www.youtube.com/watch?v=2Y0YJOfLWQQ

RESOLVER LA PRÁCTICA 6, 7,8 EN TU CUADERNOS Y SE EVALUARÁ AL VOLVER A CLASE.:

pràctica 6

. Determinar cuáles de los siguientes pares de magnitudes son inversamente proporcionales. Explicar las respuestas.

a. Velocidad y tiempo.

b. Radio de una circunferencia y longitud de la circunferencia.

c. Tiempo y cantidad de alimento para un grupo de ovejas.

d. Cantidad de obreros realizando un trabajo y número de días empleados en dicho trabajo.

e. Cantidad de llaves abiertas para llenar un tanque, y número de horas en llenarlo.

. Determinar cuáles de las magnitudes relacionadas en cada tabla son inversamente proporcionales. Si las magnitudes son inversamente proporcionales, hallar la constante de proporcionalidad y luego la fórmula que las relaciona.

a. **Número de días necesarios para realizar cierto trabajo y cantidad de obreros.**

Número de obreros (x)	2	3	5	6	10
Días de trabajo (y)	15	10	6	5	3

b. Número de vendedores y cantidad de helados vendidos en diferentes días.

Vendedores	5	10	15	20	25
Helados	85	80	75	70	75

c. Número de personas y número de días que dura cierta cantidad de alimento.

Personas	1	2	4	5	10
Días	20	10	5	4	2

d. Velocidad y tiempo empleado por un auto en recorrer la misma distancia.

Tiempo (horas)	10	80	20	1	2
Velocidad	40	5	20	400	200

3. La siguiente tabla relaciona la cantidad de personas que pintan una casa y el tiempo que ellas tardan en pintarla. Se considera que todos los pintores tienen el mismo ritmo de trabajo.

Número de pintores	Tiempo (días)
2	24
4	
6	
8	
10	

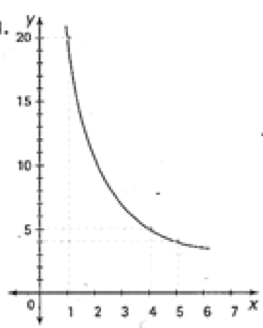
a. Explicar los pasos que se realizan para completar la tabla y, luego, completarla.

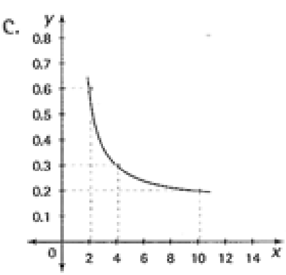
b. ¿Qué ocurre con la magnitud tiempo al aumentar la cantidad de pintores?

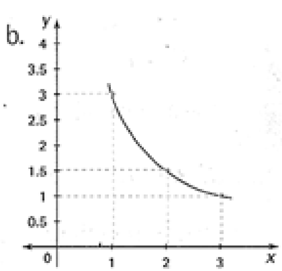
c. La cantidad de pintores y el tiempo empleado para realizar la obra, ¿son magnitudes inversamente proporcionales? ¿Por qué?

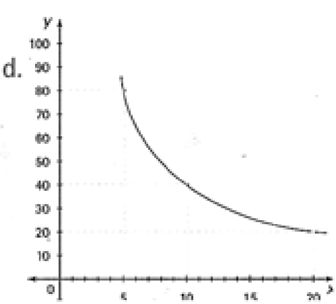
d. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad entre estas dos magnitudes?

4. Determinar cuáles de las siguientes gráficas corresponden a magnitudes inversamente proporcionales. Hallar la constante de proporcionalidad y la fórmula que las relaciona.

a.


c.


b.


d.


CONTINUA....

4.6 REGLA DE TRES SIMPLE

Una de las aplicaciones más importante de la proporcionalidad es la llamada regla de tres. La regla de tres puede ser simple o compuesta. Es simple cuando sólo intervienen en ella dos magnitudes y es compuesta cuando intervienen tres magnitudes o más.

EJEMPLO

Con el dinero que tengo puedo comprar 10 camisas de $45.000 cada una.
Si el valor de las camisas sube a $45.000, ¿cuántas camisas podré comprar con este dinero?

Número de camisas	Precio de compra
10	$45.000
x	$50.000

Número de camisas y precio de compra son las magnitudes que intervienen en el problema.

Se distribuyen los datos, ubicando las cantidades en las magnitudes correspondientes.
Se identifica el tipo de proporcionalidad entre las magnitudes.
En este caso las magnitudes son inversamente proporcionales porque si las camisas costaran el doble, el número de camisas que podría comprar se reduciría a la mitad.

$$\frac{10}{x} = \frac{50.000}{45.000}$$

Se plantea la proporción correspondiente

$$x = \frac{45.000 \cdot 10}{50.000} = 9$$

Se halla el término desconocido de la proporción planteada.

Luego, con el dinero que tengo puedo comprar 9 camisas de $50.000 cada una.

• Problemas si las magnitudes son inversamente proporcionales

Si las magnitudes son inversamente proporcionales se aplica la propiedad fundamental, estudiada en la página 73 de este capítulo; en la que se verifica que la razón entre las cantidades de una magnitud es igual a la razón inversa entre las cantidades correspondientes de la otra magnitud.

En este caso se dice que el problema es de **regla de tres simple inversa.**

Por ejemplo:

Número de hombres	Número de días
6	20
10	x

Si 6 hombres hacen una obra en 20 días, ¿en cuántos días harán 10 hombres otra obra igual, si trabajan con la misma rapidez y habilidad?

Las magnitudes son inversamente proporcionales, pues a más hombres trabajando, menor será el número de días que necesitan para hacer la obra.

La proporción que se debe plantear en este caso es:

$\frac{6}{10} = \frac{x}{20}$ y por consiguiente,

$x = \frac{6 \cdot 20}{10} = 12$ y en consecuencia se puede afirmar que 10 hombres terminarán la obra en 12 días.

Una familia compuesta por 6 adultos hace un mercado que alcanza para 15 día[s]. Para las vacaciones llegan de visita 3 personas. ¿Para cuántos días alcanza el mismo mercado?

Cuatro hombres hacen una obra en 18 días. ¿Cuántos días gastan 12 hombres en realizar la misma obra?

[So]lución

Las magnitudes que intervienen son inversamente proporcionales, luego: si x es el tiempo que dura el mercado para 9 personas, entonces,

Personas	6	9
Tiempo (días)	15	x

y la proporción correspondiente es $\frac{6}{9} = \frac{x}{15}$

Así, $x = \frac{6 \times 15}{9} = 10$

Por lo tanto, el mercado alcanza para 10 días.

Las magnitudes obreros y tiempo que dura la obra son inversamente proporcionales, luego:

x es el tiempo que gastan 12 obreros en realizar la obra, así.

Obreros	4	12
Tiempo	18	x

y se forma la proporción $\frac{4}{12} = \frac{x}{18}$

$x = \frac{4 \times 18}{12} = 6$

Luego, 12 obreros gastan 6 días en realizar la obra

REGLA DE TRES SIMPLE INVERSA	https://www.youtube.com/watch?v=Cv3vxZYCeeI
https://www.youtube.com/watch?v=WzcLzSY9JLA&list=RDCMUCwScwtu5zVqc_wHtRx9XvDA&start_radio=1&t=30	

RESOLVER LA PRÁCTICA 7 EN TU CUADERNOS Y SE EVALUARÁ AL VOLVER A CLASE.:

Práctica 7

Resuelve los siguientes problemas.

a. Si 25 telares tejen una cantidad de tela en 60 horas.
¿Cuántas horas invertirán 42 telares en tejer la misma cantidad de tela?

b. Un grupo de 15 personas tiene alimentos para 24 días.
Si se quiere que el alimento dure 6 días más, ¿cuántas personas tendrán que ser retiradas del grupo?

c. Si 8 obreros hacen una obra en 30 días, ¿en cuántos días harán 15 obreros otra obra igual?

d. Trabajando 8 horas diarias un grupo de trabajadores hace una obra en 20 días.
¿En cuántos días harán otra obra igual si trabajan 10 horas diarias?

e. Un constructor que dispone de 30 obreros, se compromete a hacer una obra en 4 meses; por razones ajenas a su voluntad se vio en la necesidad de concluir la obra en 100 días. ¿Cuántos obreros más serán necesarios?

f. Cinco jóvenes excursionistas tienen alimento para 5 días. Si a última hora desisten de ir dos de ellos, ¿para cuántos días tendrán víveres los demás?

g. 18 obreros han hecho los $\frac{3}{5}$ de una obra en 20 días.
¿Cuántos obreros habrá que aumentar si se quiere concluir la obra en 10 días más?

h. Un móvil a una velocidad de 60 kilómetros por hora ha empleado 4 horas para recorrer un trayecto. Si aumenta la velocidad a 80 kilómetros por hora, ¿cuánto tiempo empleará en recorrer este trayecto?

I. 5 obreros hacen una pared en 15 días. ¿Cuánto tardarán 3 obreros en hacer la misma pared?

J. Un granjero tiene alimento para alimentar a sus 12 vacas durante 45 días. Si compra 3 vacas más, ¿Cuánto le durará el alimento?

k. En el equipo de Rally “Motorcrack” hay 15 mecánicos que son capaces de hacer la revisión completa de uno de sus coches en 60 segundos. ¿Cuántos segundos tardarían 5 mecánicos en el hacer el mismo trabajo?

L. Para sacar el agua de una piscina de plástico se necesita realizar 210 extracciones con un cubo de 12 litros de capacidad. Si el cubo es de 20 litros, ¿cuántas extracciones necesitaremos para sacar toda el agua de la piscina?

4.7 REGLA DE TRES COMPUESTA

A lo largo de este tema se trabajará la **regla de tres compuesta** como una herramienta para plantear y resolver problemas en los que intervienen tres o más magnitudes directa o inversamente proporcionales.
Las proporciones que se plantean para dar solución a este tipo de problemas son proporciones parciales de otra denominada, proporción compuesta.
Existe **proporcionalidad compuesta**, cuando dadas más de dos magnitudes, una de ellas depende simultáneamente de las otras.
Por ejemplo, el números de días empleado para terminar una obra, depende entre otras cosas, de las siguientes magnitudes:
Magnitud *A*: largo de la obra.
Magnitud *B*: ancho de la obra.
Magnitud *C*: alto de la obra.
Magnitud *D*: número de obreros.
Magnitud *E*: horas de trabajo diariamente.
Si se compara el número de días con la magnitud A, suponiendo que las otras magnitudes son constantes, se observa que el número de días es directamente proporcional a la longitud de la obra.
De la misma manera se pueden establecer relaciones con las otras magnitudes y plantear el siguiente cuadro:

Número de días	Largo	Ancho	Alto	Obreros	Horas
	+	+	+	−	−

En donde se simbolizó la proporcionalidad directa con un signo + y la proporcionalidad inversa con un signo − puestos debajo de cada una de las magnitudes.

EJEMPLO

Resolver los siguientes problemas.

a. Si 30 máquinas iguales fabrican 5.000 m de tela en 20 días, ¿cuántas máquinas iguales a las anteriores, se necesitarán para producir 7.000 m en 14 días?

No. de máquinas	Metros de tela	No. de días
	+	−
30	5.000	20
x	7.000	14

Se comparó la magnitud de la incógnita, correspondiente al número de máquinas, con las otras dos. Esta magnitud resultó directamente proporcional con el número de metros de tela, e inversamente proporcional al número de días.

Se identificó la proporcionalidad directa con un signo + y la inversa con un signo −.

$$\frac{30}{x} = \frac{5.000}{7.000} \cdot \frac{14}{20}$$

Se aplicó la propiedad fundamental de la proporcionalidad compuesta.

$$\frac{30}{x} = \frac{1}{2}$$

Se simplificó y se halló el producto del segundo miembro de la igualdad.

$$x = \frac{30 \cdot 2}{1} = 60$$

Se halló el término desconocido de la proporción resultante. Por lo tanto,

Se necesitan 60 máquinas para tejer 7.000 m de tela en 14 días.

b. Un automóvil que se desplaza a una velocidad de 60 kilómetros por hora, recorre 480 km en 8 horas. ¿Cuánto tiempo empleará otro automóvil para recorrer 300 km, si se desplaza a 80 kilómetros por hora?

Velocidad	Distancia recorrida	Tiempo
−	+	
60	480	8
80	300	x

Se comparó la magnitud de la incógnita, correspondiente al tiempo, con las otras dos. Esta magnitud resultó directamente proporcional con la distancia recorrida, e inversamente proporcional al tiempo.

A mayor velocidad, menor tiempo.

A mayor tiempo, mayor distancia.

Se identificó la proporcionalidad directa con un signo + y la inversa con un signo −.

$$\frac{8}{x} = \frac{480}{300} \cdot \frac{80}{60}$$

Se aplicó la propiedad fundamental de la proporcionalidad compuesta.

$$\frac{8}{x} = \frac{32}{15}$$

Se simplificó y se halló el producto del segundo miembro de la igualdad.

$$x = \frac{15 \cdot 8}{32} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

Se halló el término desconocido de la proporción resultante. Por lo tanto,

El automóvil tardará $3\frac{3}{4}$ de hora para recorrer 300 km a una velocidad de 80 km por hora.

REGLA DE TRES COMPUESTA	https://www.youtube.com/watch?v=oWDzbIp7x_M
https://www.youtube.com/watch?v=eBncDhfazj0	https://www.youtube.com/watch?v=npl0Uzmp6Y4
https://www.youtube.com/watch?v=i0tgx4S0Ejg	https://www.youtube.com/watch?v=vjoi2jstFnk

RESOLVER LA PRÁCTICA 8 EN TU CUADERNOS Y SE EVALUARÁ AL VOLVER A CLASE.:

PRÀCTICA 8

a. Si 5 obreros trabajando 8 horas diarias hacen una obra en 15 días, ¿en cuántos días harán otra obra igual 10 obreros trabajando 6 horas diarias con la misma rapidez y habilidad?

b. Seis obreros trabajando 8 horas diarias hacen 12 m de un muro en 15 días. ¿En cuántos días harán 10 obreros 20 m del mismo muro, trabajando 6 horas diarias?

c. Si 20 telares producen 240 m de tejido en 8 horas, ¿cuántos metros del mismo tejido producirán 37 telares de los mismos en 3 días? Se supone que los últimos telares trabajan las 24 horas del día.

d. Un automóvil ha recorrido 3.360 km andando 8 horas cada día, ¿cuántos km recorrerá el mismo automóvil en 12 días, marchando 6 horas cada día con la misma velocidad que el primer día?

e. En una residencia de estudiantes viven 30 y gastan $1.200.000 en 25 días. ¿Cuánto gastarán 42 estudiantes, viviendo en idénticas condiciones en 34 días?

f. Una empresa de transporte cobró $250.000 por transportar 20 toneladas a una distancia de 600 km. ¿Cuánto cobrará la empresa por transportar 36 toneladas a 500 km de distancia?

g. Con 300 kg de algodón pueden trabajar 8 telares durante 2 días, a razón de 6 horas diarias. ¿Cuántos kg de algodón necesitarán 15 telares para trabajar 5 días a razón de 10 horas diarias?

h. Un fogón de petróleo consume 3 galones en 5 días, funcionando 4 horas diarias. ¿Para cuántos días tendrá con 8 galones si cada día funciona por 9 horas?

i. Una familia de 5 personas se alojó en un hotel durante una semana y pagó por concepto de alojamiento $315.000. ¿Cuánto pagó otra familia de 8 personas que estuvo alojada en el mismo hotel durante 2 semanas?

j. 120 soldados tienen provisiones para 20 días a razón de 3 raciones diarias. ¿Para cuántos días tendrán provisiones si se aumentan 30 soldados y se reducen a 2 el número de raciones diarias?

k. Doce hombres tardan 10 días en cavar una zanja de 2 m de profundidad. ¿Cuántos hombres serán necesarios para cavar otra zanja semejante de 3 m de profundidad en 20 días?

l. Doce hombres trabajando 8 horas diarias construyen 24 m de una pared en 10 días. ¿Cuántos hombres serían necesarios si se quiere construir 20 m de dicha pared en 5 días, trabajando 10 horas diarias?

m. A un diseñador que trabaja 7 horas diarias le pagan $2.800.000 por un diseño. ¿Cuánto recibirá si lo contratan para hacer otro diseño igual al anterior si decide trabajar 2 horas diarias menos y renunció cuando apenas llevaba trabajadas las $\frac{3}{5}$ del diseño?

n. Una hoja de papel tamaño oficio pesa 5,6 g. ¿Cuánto pesará una resma de 500 hojas de papel de la misma calidad cuyas dimensiones son de 28 cm de largo y 21 cm de ancho?